Grade IV suggested answer

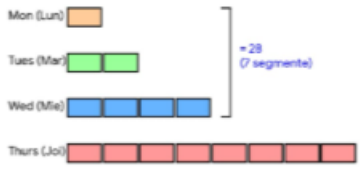
Clasa a IV-a BAREM

I *4x 5 points=20 points*

1	2	3	4
E	D	D	B

II E: *10 points*

M: *20 points*



5p

Luni,marti si miercuri Livia a rezolvat 28 de probleme 5p

28:7 =4 probleme a reolvat luni 5p

8 probleme arezolvat marti 5p

III E 20 points

Monica and Rodica each received a bag of sweets/candies. Each bag contains 10 fruit-flavoured sweets/candies and 9 chocolate sweets/candies. Every day, Monica takes two sweets/candies out of her bag without looking. If the two sweets/candies are of the same type, she eats them. If they are of different types, she puts them back into the bag.

Rodica also takes two sweets/candies out of her bag each day. If the sweets/candies are of different types, she eats them. If they are of the same type, she puts them back into the bag. After a certain number of days, only one sweet/candy remains in each girl's bag.

Determine what type of sweet/candy each girl has left in her bag.

M 20 points

Observam ca Monica mănâncă doua bomboane de acelasi fel, deci daca ea mănâncă bomboanele, atunci nr lor scade cu doi, adică paritatea ramâne neschimbată, iar daca le pune la loc la fel paritatea ramâne la fel. **5p**

Erau 10 bomboane cu fructe si 9 cu ciocolata si ramâne una singura , deci un nr impar de bomboane Monicai îi ramane o bomboană de ciocolată **5p**

Rodica mananca una cu fructe si una cu ciocolata deci diferenta dintre nr de bomboane ramâne aceeași , întodeauana are cu o bomboană cu fructe mai mult decât din cele cu ciocolata. **5p**

Îi ramane o bomboană deci Rodica mai are o bomboană cu fructe**. 5p**

6th November 2026

CLASA A V-A
BAREM

PI ***4x 5 points=20 points*** **I**

1	2	3	4
A	E	D	B

P II

E: ***10 points*** **M:** ***20 points*** Fie $\overline{abcd}$ un număr olimpic.....1p

Folosind teorema împărțirii cu rest avem relația: $\overline{abcd} = \overline{xyz} \cdot k + r, r = 997$ 2p

Dar $r < \overline{xyz}$, astfel valorile pe care le poate lua $\overline{xyz}$ sunt: 998 și 999.....3p

Analizăm cazul cazul $\overline{xyz} = 998$, in această situație avem relația: $\overline{abcd} = 998 \cdot l + 997$ 3p

În situația de mai sus cel mai mic număr olimpic $\overline{abcd}$ este pentru l= 1 , deci $\overline{abcd}$ =1995.....3p

Analizăm cazul cazul $\overline{xyz} = 999$, in această situație avem relația: $\overline{abcd} = 999 \cdot p + 997$ 3p

În situația de mai sus cel mai mare număr olimpic $\overline{abcd}$ este pentru p= 9 , deci $\overline{abcd}$ =9988...3p
Suma celor două numere olimpice este 1995+9988=11983.....2p

P III

E: ***10 points*** **M:** ***20 points***

cum suma cifrelor primelor doua pagini este 18 atunci cap II începe cu un număr format din două cifre.....2p

dacă pagina cu care începe capitolul II este numerotată cu un număr de forma $\overline{ab}$,atunci pentru: b ≠ 9 pagina următoare a cărții va fi $\overline{a(b+1)}$, astfel suma cifrelor în această situație este 2a + 2b + 1, adică un număr impar, care este diferit de numărul par 18.....2p

b = 9 cele două pagini sunt $\overline{a9}$ și $\overline{(a+1)0}$, iar suma cifrelor $(a + 9) + (a + 1) = 18$, găsim a = 4, astfel capitolul II începe cu pagina 49.....2p
capitolele următoare încep cu o pagină numerotată cu un număr de trei cifre (deoarece pentru numerele de două cifre 49 este singura posibilitate).....1p

numărul de trei cifre este de forma $\overline{abc}$.
pentru c ≠ 9 nu avem soluție.....1p

atunci numărul are forma $\overline{ab9}$ 1p

dacă b = 9 paginile ar fi $\overline{a99}$ și $\overline{(a+1)00}$, iar suma cifrelor (a + 2 · 9) + (a + 1) = 2a + 19, adică un număr impar, care este diferit de numărul par 18.....1p

dacă b ≠ 9, atunci paginile capitolelor III, IV sunt $\overline{ab9}$ și $\overline{a(b+1)0}$ 1p
iar suma cifrelor (a + b + 9) + (a + b + 1) = 2a + 2b + 10 = 18 $\Rightarrow$ a + b = 4.....1p

Găsim:
$a = 1, b = 3 \Longrightarrow 139$.....1p
$a = 2, b = 2 \Longrightarrow 229$ 1p
$a = 3, b = 1 \Longrightarrow 319$.....1p
$a = 4, b = 0 \Longrightarrow 409$.....1p
$a = 0, b = 4$ fals! $a \neq 0$.....1p
deoarece cartea conține IV capitole și 300 pagini.....1p
capitolul III începe cu pagina 139.....1p
iar capitolul IV cu 229.....1p

Clasa a VI-a

BAREM

PI ***4 x5 points =20 points***

1	2	3	4
C	B	C	B

PII. E = 10 POINTS **M = 20 POINTS**

a. Există: luăm 70 unghiuri de 3^0 și 30 unghiuri 5^0.....5p

b. pentru n= 2, atunci configurația este alcătuită din două unghiuri alungite.....3p

cum cele două unghiuri au măsura de 180^0, acest caz nu convine.....2p

pentru n = 3, atunci unul din unghiuri trebuie să aibă măsura număr par, deci trebuie să fie 2^0.....2p

Astfel celelalte două unghiuri trebuie să aibă 179^0, deci sunt congruente caz care nu convine.....3p

pentru n = 4 găsim configurația 29^0, 31^0, 149^0 și 151^0.....5p

III. E = 10 POINTS **M = 20 POINTS**

a. O mulțime cu patru elemente are suma elementelor impară și produsul par în două situații: situația 1 - un număr impar și trei numere pare iar situația 2 – un număr par si trei numere impare.....2p

calculul lui a_8:

In acest caz avem numerele impare: 1,3,5,7 și numerele pare 2,4,6,8.....1p

Avem $4 \cdot 4 = 16$ submulțimi, dacă avem un număr impar și trei numere pare.....1p

Avem $4 \cdot 4 = 16$ submulțimi dacă avem un număr par și trei numere impare.....1p

Astfel: $a_8 = 16+16 = 32$.....1p

calculul lui a_9:

In acest caz avem numerele impare: 1,3,5,7,9 și numerele pare 2,4,6,8.....1p

Avem $5 \cdot 4 = 20$ submulțimi, dacă avem un număr impar și trei numere pare.....1p

Avem $10 \cdot 4 = 16$ submulțimi dacă avem un număr par și trei numere impare.....1p

Astfel: $a_9 = 20+40 = 60$.....1p

b. Numărul de alegere a trei elemente dintr-un grup de m elemente este dat de formula $\frac{m(m-1)(m-2)}{6}$ (deoarece pentru primul element există m posibilități, pentru al doilea element există m-1 posibilități iar pentru al treilea element există m-2 posibilități, însă cele trei elemente se pot permuta între ele în șase feluri).....2p

Astfel pentru m = 10 avem $\frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{6} = 120$,alegeri iar pentru m = 9 avem $\frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{6} = 84$ 1p

Pentru n = 18 sunt 9 sunt impare și 9 pare astfel $a_{18} = 9 \cdot 84+84 \cdot 9=1512<2023$.....2p

Pentru n = 19 sunt 10 sunt impare și 9 pare astfel $a_{19} = 10 \cdot 84+120 \cdot 9=1920<2023$.....2p

Pentru n = 20 sunt 10 sunt impare și 10 pare astfel $a_{19} = 10 \cdot 120+120 \cdot 9=2400>2023$.....2p

Cel mai mic număr natural pentru care $a_n > 2023$ este n = 20.....1p

Soluție alternativă :

a. Dacă M este o submulțime ***deosebită***, atunci cel puțin unul dintre elementele sale este un număr par și astfel deosebim cazurile:

(I) 1 număr par, 3 numere impare și (II) 3 numere pare, 1 un număr impar.....1p

* să remarcăm , eventual, pentru început că numărul submulţimilor cu 3 elemente ale unei mulţimi cu n elemente este egal cu $b_n = \frac{n(n-1)(n-2)}{6}, n \geq 3$ (într-adevăr, pentru primul element există n posibiliăţi de alegere, pentru al doilea $n-1$ posibilităţi, iar pentru al treilea $n-2$ posibilităţi; cum însă cele trei elemente se pot permuta între ele în 6 feluri, obţinem rezultatul enunţat).....4p

○ în cazul $n = 8$ avem astfel că:

(I) numărul par poate fi ales în 4 feluri, iar cele trei impare pot fi alese în $b_4 = 4$ feluri, în total 16 submulţimi.....1p

(II) analog și astfel: $a_8 = 32$. 1p

○ în cazul $n = 9$, avem în A 4 numere pare şi 5 numere impare.....1p

de unde în cazul

(I) obţinem $4 \cdot b_5 = 4 \cdot 10 = 40$ submulţimi.....1p

iar în cazul

(II): $5 \cdot b_4 = 5 \cdot 4 = 20$, deci $a_9 = 60$. 1p

b. în general, dacă $n = 2p, p \in \mathbb{N}, p \geq 3$, se obţine $a_n = 2 \cdot p \cdot b_p = \frac{p^2(p-1)(p-2)}{3}$ 4p

iar dacă $n = 2p+1, p \in \mathbb{N}, p \geq 2$, se ajunge la $a_n = p \cdot b_{p+1} + (p+1) \cdot b_p = \frac{p(p+1)(p-1)^2}{3}$ 4p

○calcule imediate conduc la $a_{19} = 1920$ 1p

şi $a_{20} = 2400$, aşadar numărul cerut este $n = 20$. 1p

TRADUCERE P III

A set containing four elements is called special if it satisfies the following properties:

(i) The elements of the set are natural numbers;

(ii) The sum of the elements of the set is an odd number;

(iii) The product of the elements of the set is an even number.

Let a_n be the number of special subsets of the set $A = \{1, 2, 3, ..., n\}$.

(a) Determine the numbers a_8 and a_9

(b) Determine the smallest natural number n for which $a_n > 2023$.

BAREM -CLASA A VII-A

4x 5 points=20 points **I**

1	2	3	4
E	D	B	C

II

E: ***10 points*** **M:** ***20 points***

a) $EP \perp AC$, $FA \perp AC \Rightarrow EP \parallel AF$, $FP \perp AB$, $EA \perp AB \Rightarrow FP \parallel EA$, deci $AEPF$ este paralelogram

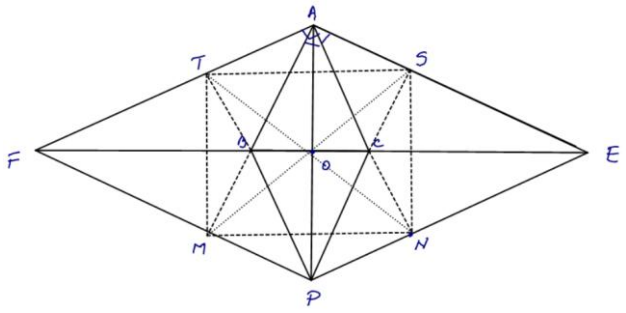
$AP \cap EF = \{O\}$, deci O este mijlocul segmentelor EF și AP**……..……..**……...**4p**

$\Delta ABF \equiv \Delta ACE \Rightarrow BF \equiv CE$, de unde deducem că punctul O este mijlocul segmentului BC, de unde obținem $ABCP$ paralelogram, dar AO este mediană în triunghiul isoscel $ABC \Rightarrow AO \perp BC \Rightarrow ABPC$ romb…….....**4p**

b) Punctul B este ortocentrul triunghiului $APF \Rightarrow PT \perp AF \Rightarrow ATPN$ dreptunghi, de unde $AP=TN$ și punctul O este mijlocul segmentelor AP și TN ……**4p**

Punctul C este ortocentrul triunghiului $APE \Rightarrow PS \perp AE \Rightarrow AMPS$ dreptunghi, de unde $AP=MS$ și punctul O este mijlocul segmentelor AP și MS. ……..……**4p**

Deducem că punctul O este mijlocul segmentelor TN și MS și că $TN=MS$, de unde $MNST$ dreptunghi…….……**4p**



III

E: ***10 points*** **M:** ***20 points***

Notăm cu v, r, a și g numărul de jetoane verzi, roșii, albastre, respectiv galbene și $t=v+r+a+g$, numărul total de jetoane

Printre oricare 27 de jetoane se află cel puțin unul verde, deci în cutie sunt cel mult 27-1=26 de jetoane r, a și g $\Rightarrow r+a+g \le 26 \Leftrightarrow t-v \le 26 \Leftrightarrow v \ge t-26$ **4p**

Printre oricare 25 de jetoane se află cel puțin unul roșu, deci în cutie sunt cel mult 25-1=24 de jetoane v, a și $g \Rightarrow v+a+g \le 24 \Leftrightarrow t-r \le 24 \Leftrightarrow v \ge t-24$ **4p**

Printre oricare 22 de jetoane se află cel puțin unul albastru, deci în cutie sunt cel mult 22-1=21 de jetoane r, v și $g \Rightarrow r+v+g \le 21 \Leftrightarrow t-a \le 21 \Leftrightarrow a \ge t-21$.....**4p**

Printre oricare 17 de jetoane se află cel puțin unul galben, deci în cutie sunt cel mult 17-1=16 de jetoane r, a și $v \Rightarrow r+a+v \le 16 \Leftrightarrow t-g \le 16 \Leftrightarrow g \ge t-16$ **4p**

Din cele 4 relații, obținem $\Rightarrow v+r+a+g \ge 4t-87 \Leftrightarrow t \le 29$,deci în cutie sunt cel mult 29 de jetoane

Dacă t=29, atunci $v \ge 3$, $r \ge 5$, $a \ge 8$, $g \ge 13$, dacă adunăm relațiile obținem $t \ge 29$, așadar $v=3$, $r=5$, $a=8$, $g=13$ **4p**

BAREM -CLASA A VIII-A

4x 5 points=20 points **I**

1	2	3	4
B	D	B	A

II

E: ***10 points*** **M:** ***20 points***

$x \in \mathbb{Z},\ x \neq 0 \Rightarrow 2027 - x^{2026} \in \mathbb{Z}$ **……..……..**……....**5p**

$\frac{2026}{x^{2026}} \in \mathbb{Z} \Rightarrow x^{2026} \mid 2026 \Rightarrow x^{2026} \leq 2026$ ……..……**5p**

Dacă $|x| \geq 2 \Rightarrow x^{2026} \geq 2^{2026} > 2026 \Rightarrow |x| < 2$ ……..……**5p**

Cum $|x| < 2$ și cum, $x \neq 0 \Rightarrow |x| = 1 \Rightarrow x^{2028} + \frac{1}{x^{2028}} = 2$ **5p**

Pentru engleză:

Dacă *x* este număr întreg nenul, atunci și numărul $2027 - x^{2026}$ este întreg

Numărul $\frac{2026}{x^{2026}}$ este întreg, deci x^{2026} este un divizor al lui 2026, de unde $x^{2026} \leq 2026$

Dacă $|x| \geq 2 \Rightarrow x^{2026} \geq 2^{2026} > 2026 \Rightarrow |x| < 2$

Deoarece *x* este diferit de 0, obținem $|x| = 1 \Rightarrow x^{2028} + \frac{1}{x^{2028}} = 2$

III

E: ***10 points*** **M:** ***20 points***

Notăm $NE \cap BD = \{T\}$ și considerăm punctul *G* centrul de greutate al triunghiului *BCD*

$\Rightarrow G \in BM$, astfel încât $\frac{BG}{BM} = \frac{2}{3}$, de unde deducem că punctul *E* este mijlocul segmentului *BG*,

de unde *EN* este linie mijlocie în triunghiul $BGC \Rightarrow EN \parallel CG,\ EN = \frac{CG}{2}$ **5p**

În ΔBGR, punctul *E* este mijlocul segmentului *BG* și $ET \parallel GR$, deci *ET* este linie mijlocie, unde

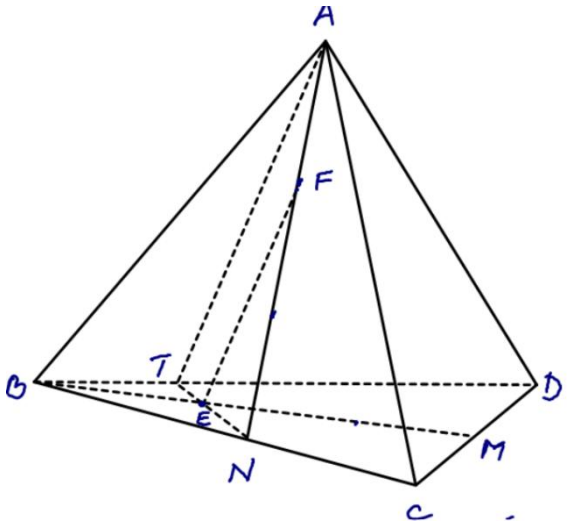
$CG \cap BD = \{R\}$, deci *T* este mijlocul segmentului $BR \Rightarrow TE = \frac{GR}{2}$ și cum, $\frac{RG}{RC} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{TE}{TN} = \frac{1}{3}$

.....**5p**

$\frac{TE}{TN} = \frac{AF}{AN} \Rightarrow EF \parallel AT \Rightarrow \sphericalangle(EF, AD) = \sphericalangle(AT, AD) = \sphericalangle TAD$ **5p**

$AT = 3\sqrt{13}$ cm, $AR = 6\sqrt{3}$ cm, $A_{\Delta ADT} = \frac{AR \cdot DT}{2} = \frac{AD \cdot AT \cdot \sin \sphericalangle DAT}{2} \Rightarrow \sin \sphericalangle TAD = \frac{3\sqrt{39}}{26}$

.....**5p**


A
F
T
B
D
E
M
N
C