

Clasa a IV-a

BAREM

I 4x 5 points=20 points

1	2	3	4
C	B	B	C

II E: 10 points

M: 20 points

Presupunem ca toti copii sunt fete deci, $24 \cdot 4 = 96$ prajituri **5p**

$96 - 68 = 28$ prajituri diferenta **5p**

$4 - 2 = 2$ prajituri diferenta **5p**

$28 : 2 = 14$ baieti **5p**

III E 20 points

M 20 points

In fiecare buchet sunt $15 : 3 = 5$ trandafiri **5p**

In fiecare buchet este cel putin un trandafir ros insemnata ca $5 + 5 + 1 = 11$ este numarul minim de trandafiri rosii. **5p**

Exista un buchet cu cel putin doi trandafiri albi insemnata ca nr trandafirilor albi este minim

$1 + 1 + 1 + 1 = 4$ **5p**

Deci, nr total este mai mare sau egal cu 15 dar noi avem exact 11 trandafiri deci vor fi 11 trandafiri rosii si 4 albi. **5p**

Clasa a V-a

BAREM

I 4 x5 points =20 points

1	2	3	4
E	C	B	E

II. E: 10 points

M: 20 points

O secventa METS este de forma $(a, b, a+b, a+2b)$ cu $a < b$. 5p

Daca 61 este cel mai mare nr din secventa atunci $a+2b=61$, deci a este numar impar. 5p

Daca $a < b \Rightarrow a + 2b > 3a$, deci $61 > 3a$ si $a \leq 19$. 5p

Deorece a este numar impar mai mic sau egal cu 19 el poate lua 10 valori deci exista 10 secvente METS cu cel mai mare numar 61. 5p

III. E 20 points

M 20 points

In prima etapa se impart 7 banuti, in a doua 14 banuti, in a treia 21 banuti s.a.m.d deci intr-a n-a etapa 7n banuti se impart. 4p

$7+14+21+\dots+7n=7(1+2+3+\dots+n)=7 \cdot n \cdot (n+1): 2$ este numarul total de banuti. 4p

$7 \cdot n \cdot (n+1): 2 \leq 2024 \Rightarrow 7 \cdot n \cdot (n+1) \leq 4048 \Rightarrow n \cdot (n+1) \leq 578$ 6p

n cel mai mare este 23, deoarece $23 \cdot 24 = 552$ iar $24 \cdot 25 = 600$ 2p

numarul total de banuti impartiti piticilor este $7 \cdot 23 \cdot 24: 2 = 1932$ 2p

Au ramas $2024-1932=92$ banuti pentru Alba ca Zapada. 2p

**CLASA A VI-A
BAREM**

4x 5 points=20 points

I

1	2	3	4
E	C	B	C

II

M: 20 points

a) $x_n = (n+1) + n + (n-1) + \dots + 2 + 1 = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$ **5p**

Dacă $\frac{(n+1)(n+2)}{2} = 13 \Leftrightarrow (n+1)(n+2) = 26$, această ecuație nu are soluții în \mathbb{N} **2p**

Dacă $\frac{(n+1)(n+2)}{2} = 28 \Leftrightarrow (n+1)(n+2) = 56 \Rightarrow n = 6$ **3p.**

- b) $\sphericalangle AOM_1 = \sphericalangle M_1OM_2 = \sphericalangle M_2OM_3 = \sphericalangle M_3OM_4 = \sphericalangle M_4OB = 15^\circ$ 1p
 $\sphericalangle AOM_2 = \sphericalangle M_1OM_3 = \sphericalangle M_2OM_4 = \sphericalangle M_3OB = 30^\circ$ 1p
 $\sphericalangle AOM_3 = \sphericalangle M_1OM_4 = \sphericalangle M_2OB = 45^\circ$ 1p
 $\sphericalangle AOM_4 = \sphericalangle M_1OB = 60^\circ$ 1p
 $\sphericalangle AOB = 75^\circ$ 1p

Suma măsurilor tuturor unghiurilor este egală cu: $5 \cdot 15^\circ + 4 \cdot 30^\circ + 3 \cdot 45^\circ + 2 \cdot 60^\circ + 75^\circ = 525^\circ$ **5p**

III

M: 20 points

Numerele naturale de la 1 la 900 care nu sunt divizibile cu 2, sau cu 3, sau cu 5 sunt cele care rămân în joc.

1. Numărul de numere divizibile cu 2 este egal cu: $900:2=450$
2. Numărul de numere divizibile cu 3 este egal cu : $900:3=300$
3. Numărul de numere divizibile cu 5 este egal cu: $900:5=180$
4. Numărul de numere divizibile cu 6 (2 și 3) este egal cu: $900:6=150$
5. Numărul de numere divizibile cu 10 (2 și 5) este egal cu : $900:10=90$
6. Numărul de numere divizibile cu 15 (3 și 5) este egal cu : $900:15=60$
7. Numărul de numere divizibile cu 30 (2, 3 și 5) este egal cu : $900:30=30$**10p**

Conform principiului includerii și excluderii, numărul de numere care sunt divizibile cu 2, cu 3 sau cu 5 este egal cu: $400+300+180-150-90-60+30=660$ **5p**

Așadar, numărul de numere care nu sunt divizibile cu 2, cu 3 și cu 5 este: $900-660=240$ **3p**

Ilinca începe prima jocul și ambii copii joacă optim. Numărul total de pași este 240, număr par.

Tudor câștigă jocul, el face ultima mutare corectă.**2p**

Barem de evaluare cls a VII a

Partea I:

1.	2.	3.	4.
A	A	A	A
5p	5p	5p	5p

Partea II:

- a) $\sphericalangle DEC = 60^\circ$ 1p
 $\sphericalangle EDC = 90^\circ$ 2p
 $DE = \frac{EC}{2}$ 2p
 $AE = ED$ 2p
 $AE + EC = AC$ 2p
 $DE = \frac{AC}{3}$ 1p
- b) $\sphericalangle BCD = 90^\circ$ 1p
 $\sphericalangle BAD = 90^\circ$ 1p
 $\sphericalangle ABD = \sphericalangle DBC = 30^\circ$ 2p
 $DC = \frac{BD}{2}$ 2p
 $\sphericalangle DFC = 90^\circ$ 2p
 $DF = \frac{DC}{2}$ 1p
 $DF = \frac{BD}{4}$ 1p

Partea III:

- Fie $a \in \mathbb{N}^*$ - numărul de lei ai copilului cu cea mai mică sumă de bani.....1p
 Fie $b, c, d, e \in \mathbb{N}$ și $b, c, d, e > 1$ 1p
 Atunci sumele de lei devin $a < a \cdot b < a \cdot b \cdot c < a \cdot b \cdot c \cdot d < a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e$ 3p
 $a + ab + abc + abcd + abcde = 47$ 1p
 $a = 1, b = 2, c = 2, d = 2, e = 4$ 2p
 Sumele sunt: 1, 2, 4, 8 și 322p

Barem de evaluare cls a VIII a

Partea I:

1.	2.	3.	4.
B	B	B	B
5p	5p	5p	5p

Partea II:

$$MQ \parallel AP \Rightarrow \sphericalangle(CM, AP) = \sphericalangle(CM, MQ) \dots\dots\dots 3p$$

$$\text{Notăm } CC' = h \text{ și } AB = 12a \dots\dots\dots 3p$$

$$PQ = AM = 4a \dots\dots\dots 2p$$

$$CQ = 5a \dots\dots\dots 2p$$

Th.Pitagora în $\triangle C'CO, \triangle ADP, \triangle BCM, \triangle C'CM$ de unde rezultă:

$$C'Q^2 = 25a^2 + h^2, AP^2 = 153a^2, CM^2 = 208a^2, C'M^2 = 208a^2 + h^2 \dots\dots\dots 6p$$

$$\text{Teorema cosinusului în } \triangle C'CM \Rightarrow h^2 = 144a^2 \dots\dots\dots 3p$$

$$\text{Finalizare} \dots\dots\dots 1p$$

Partea III:

Fie a, b, c numerele scrise pe jetoanele lui Dan.....2p

Fie $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$ numerele scrise pe jetoanele Anei.....2p

$$\text{Identificarea sumelor fiecărui copil: } a + \frac{1}{b} = 4, b + \frac{1}{c} = 1, c + \frac{1}{a} = \frac{7}{3} \dots\dots\dots 3p$$

$$a + \frac{1}{b} + b + \frac{1}{c} + c + \frac{1}{a} = \frac{22}{3} \dots\dots\dots 2p$$

$$(a + \frac{1}{b})(b + \frac{1}{c})(c + \frac{1}{a}) = a + \frac{1}{b} + b + \frac{1}{c} + c + \frac{1}{a} + abc + \frac{1}{abc} = \frac{28}{3} \dots\dots\dots 4p$$

$$\Rightarrow abc + \frac{1}{abc} = 2 \dots\dots\dots 2p$$

$$abc > 0 \Rightarrow abc + \frac{1}{abc} \geq 2 \dots\dots\dots 3p$$

Egalitatea are loc pentru $abc = 1$2p

CLASA a IV-a

SUGGESTED ANSWERS

Ioana picked 15 white and red roses. Find the number of white and red roses knowing that no matter how we divide the 15 roses in equal bunches, in each bunch there will be at least one red rose and there will be a bunch with at least two white roses.

CLASA a V-a

SUGGESTED ANSWERS

The seven dwarfs found a pot with 2024 golden coins in the forest. They divide the treasure between them as follows:

I. each dwarf receives one coin

II. each dwarf receives two coins

III. each dwarf receives three coins and so on and so forth until the remaining coins are no longer enough to be divided according to the above rule. Snow White received the remaining coins. How many coins did she get in the end?

CLASA a VI-a

SUGGESTED ANSWERS

All the natural numbers from 1 to 800 are written on a game board. Ana and Bogdan play the following game: the two kids take turns to erase one number off the board. Ana is the first one to erase a number. The kid who erases a number that is divisible by 2 or 5 loses the game. Find the winner of the game knowing that neither of them makes a mistake. Justify your answer.

CLASA a VII-a

SUGGESTED ANSWERS

Five children discuss their savings. The amounts of money are different natural numbers. Knowing that together they have 47 RON and that either of the two children's sums of money, one is several times larger than the other, find how much money each child saved.

CLASA a VIII-a

SUGGESTED ANSWERS

Dan has got three chips with three positive real numbers written on them, and Ana has got three other chips with their inverses written on them. Dan gives a chip to Ana which she pairs with a chip other than its inverse number. Then, Ana gives Dan a chip that he pairs with another, other than its inverse. Ștefan receives the remaining chips from the two children and realises that his numbers are not inverse numbers of each other either. Everyone announces the sum of the numbers they have on the two chips, respectively 4,1 and $\frac{7}{3}$. Show that the product of the numbers written on the three chips initially held by Dan is 1.