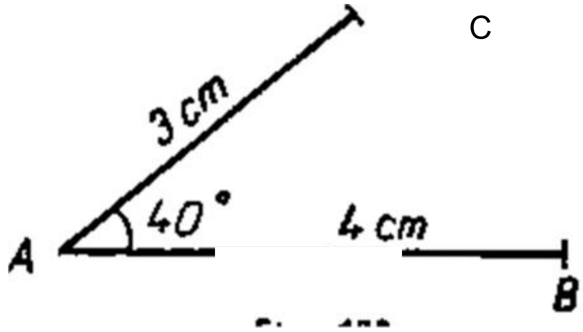
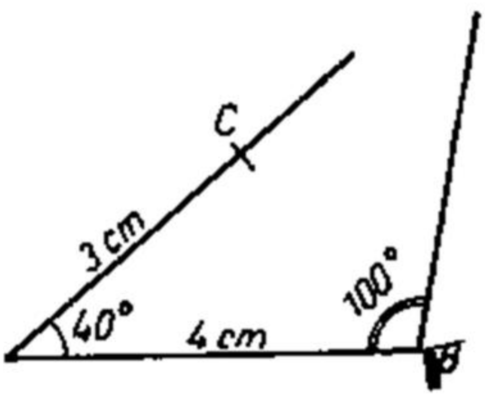
CONSTRUCȚIA TRIUNGHIURILOR

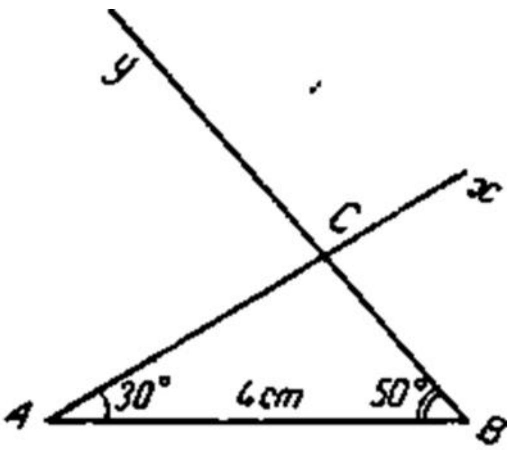
a) *Ne punem acum problema* să construim un triunghi care are măsura unghiului A de 40°, lungimea laturii AB de 4 cm. *şi* lungimea laturii AC de 3 cm.



Desenăm pentru aceasta un unghi de 40°, notăm cu *A* vîrful lui şi aşezăm pe laturile sale segmentele [AB] de lungime 4 cm şi [AC] de lungime 3 cm (fig. 133).

Construcția triunghiului cerut s-a terminat, deoarece am reuşit să fixăm vîrfu- rile triunghiului. Dacă s-ar cere ca triunghiul ABC să aibă, în plus, unghiul B de 100^0 şi am construi semidreapta respectivă cu originea în B, în același semiplan cu C, determinat de dreapta AB, am avea toate șansele ca această semidreaptă să nu treacă prin C și deci, un astfel de triunghi să nu poată exista.



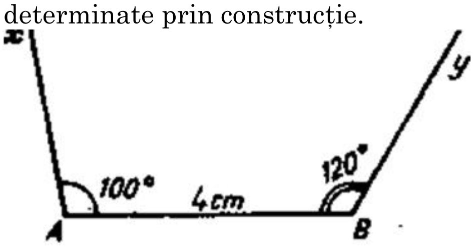


Vârful C al triunghiului ar trebui să se găsească la

b) Să considerăm acum o altă problemă de construcție a unui triunghi ABC avînd lungimea laturii AB de 4 cm, măsura unghiului A de 30° şi cea a unghiului B de 50°.

Luăm, pentru rezolvarea problemei, un segment [AB] cu lungimea de 4 cm şi construim, cu ajutorul raportorului, semidreptele [*Ax* şi *[By,* situate de aceeaşi parte a dreptei *AB, care* să formeze unghiurile m*(∢BAx)* = 30° şi *m(∢ABy)* = 50° .

Vîrful *C* al triunghiului va trebui să se găsească la intersecția semidreptelor *[Ax* şi *[By*. Odată determinat punctul *C*, construcția triunghiului dorit este terminată, deoarece am reuşit să fixăm vîrfurile triunghiului, iar elementele rămase — lungimile laturilor *[AC],* [*BC*] şi măsura unghiului *C* — rezultă, determinate prin construcție.



În legătură cu o problemă de acest tip putem avea „surpriza” ca semidreptele *[Ax* şi *[By* să nu se intersecteze şi, deci, ca triunghiul *ABC* căutat să nu existe. De exemplu, dacă ni s-ar cere ca *[AB]* să aibă lungimea tot de 4 cm, dar măsurile unghiurilor *A* şi *B* să fie de 100°, respectiv 120°,

c) în sfîrşit, să considerăm o a treia problemă: Să se construiască un triunghi ABC astfel incit lungimile laturilor sale [AB], [BC], [CA] să fie de 2 cm, 1,5 cm şi 2,5 cm.

Desenăm un segment *[AB]* cu lungimea de 2 cm şi construim, cu ajutorul compasului, un cerc care să aibă centrul în punctul *A* şi raza de 2,5 cm (toate punctele ce aparțin acestui cerc sînt „depărtate" de *A* la 2,5 cm); construim apoi un alt cerc care să aibă centrul în punctul *B* şi raza de 1,5 cm (toate punctele ce aparțin acestui cerc sînt „depărtate" de *B* la 1,5 cm). Cum cel de-al treilea vîrf al triunghiului (punctul *C)* trebuie să se „găsească" la o distanță de 2,5 cm de punctul *A* şi la 1,5 cm de punctul *B,* înseamnă că el trebuie să aparțină ambelor cercuri.

Se observă că cercurile au două puncte comune *C* şi *C',* rezultă că problema are două soluții. Putem considera problema rezolvată, deoarece am reuşit să fixăm vîrfurile triunghiului.

Şi la o astfel de problemă putem avea „surpriza" să nu existe soluție, deoarece cele două cercuri pot să nu se intersecteze.

De exemplu, dacă ni s-ar cere să construim un triunghi cu: AB = **1,5 cm,** BC = **1 cm şi** AC = **3 cm.**

Construcțiile examinate mai sus ne conduc la a ne pune următoarele probleme:

1. Ce relații de mărime trebuie să existe intre trei numere pentru ca ele să poată reprezenta lungimile laturilor unui triunghi?

2. Cit de mari pot să fie două numere, pentru ca ele să poată reprezenta măsurile a două unghiuri ale unui triunghi?

3. Cunoscînd lungimile a două laturi dintr-un triunghi şi măsura unghiului cuprins între aceste laturi, să se calculeze lungimea celei de-a treia laturi precum şi măsurile celorlalte două unghiuri ale triunghiului.

4. Cunoscînd lungimea unei laturi şi măsurile celor două unghiuri alăturate ei dintr-un triunghi, să se calculeze lungimile celorlalte două laturi şi măsura celui de-al treilea unghi ale triunghiului.

5. Cunoscînd lungimile celor trei laturi ale unui triunghi, să se calculeze măsurile unghiurilor sale.

La problemele 1 şi 2 vom da răspuns în cursul acestei clase, dar ceva mai tîrziu. Problemele 3, 4, 5 sînt mai dificile şi le vom rezolva în anii viitori.

Exerciții

1. Să se calculeze perimetrul ΔABC dacă: a) *AB = 3* cm *BC* = 6 cm *CA* = 5 cm; b) *AB* = 7 cm *BC* = 12 cm *CA* = 11 cm; c) triunghiul este echilateral *(AB* = 7 cm); d) triunghiul este isoscel *(AB* = *AC* = 6 cm) cu baza *BC* = 4 cm.

2. Ce lungime au laturile ΔMNP dacă: a) Este isoscel, are perimetrul egal cu 110 cm şi baza egală cu 30 cm; b) Este echilateral şi are perimetrul egal cu 12 dm;
a) lungimile laturilor sînt numere naturale, consecutive, şi perimetrul egal cu 12;
b) lungimile laturilor sînt numere naturale, perimetrul egal cu 45, iar lungimea uneia dintre laturi, mai mare cu 1 şi respectiv 5, decît a celorlalte două.

3. Construiți, folosind rigla gradată şi raportorul (unde este posibil şi echerul), un triunghi *ABC* în care se cunosc datele de mai jos. (în fiecare caz în parte, specificați denumirea triunghiului construit, atît după măsurile unghiurilor lui, cît şi după lungimea comparativă a laturilor): a) *AB* = 3 cm, *BC* — 5 cm si m(∢ *ABC)* = 70°; b) *BC* = 5 cm, m (∢ *ABC)* = 30° şi m ∢*ACB)* = 60°; c) *AB* = 7 cm, *BC* = 5 cm şi *AC* = 3 cm; d) *AB* = *AC* = 4 cm şi m (∢ *BAC)* = 90°;
c) *BC*=7 cm si m(∢ *ABC)* = m(∢ *ACB)* = 25°; f) *BC* = 3 cm si m(∢ *ABC)* = m (∢*A*) = 60°.

4. Desenați, cu ajutorul echerului, înălțimile triunghiuri!or *ABC* construite la subpunctele din exercițiul 3 şi marcați locul ortocentrului fiecăruia.

5. în construcțiile de triunghiuri de la exercițiul 3 au fost indicate: „Lungimile a două laturi şi măsura unghiului cuprins între ele", „Lungimea unei laturi şi măsurile unghiurilor alăturate ei" şi „Lungimile celor trei laturi". întrebarea care vi se adresează este dacă aceste trei moduri sînt singurele de a „da" (sau „determina") un triunghi? Dacă mai sînt şi albele, care sînt acestea?

6. Să se construiască un triunghi *ABC* cunoscînd m(∢*A)* = 35°, *AB* = 5 cm şi *BC* = 4 cm (deci două laturi şi unghiul opus uneia din ele). Cîte soluții are problema?

7. Să se construiască un triunghi *ABC* cunoscînd m (∢A) = 150°, *AB* = 2 cm şi *BC* = 5 cm. Câte soluții are problema?

8. Aceeaşi problemă în cazul m (∢A) = 60°, *AB* = 4 cm, *BC* = 2 cm, precum şi în cazul m (∢*A)* = 145°, *AB* = 5 cm, *BC* = 4 cm.

9. Arătați, folosind rigla şi compasul, că nu poate exista un triunghi cu laturile de 4 cm, 9 cm, 14 cm. Aceeaşi problemă pentru 4 cm, 9 cm, 3 cm.

Autor: Prof. Genoveva IOANA

CAZURILE DE CONGRUENȚĂ A TRIUNGHIURILOR OARECARE

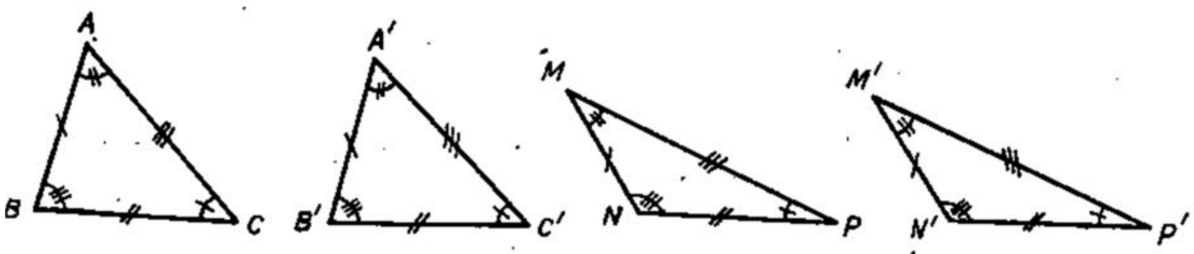
Fie *ABC* şi *A'B'C'* două triunghiuri oarecare. Notația: $\Delta ABC \equiv \Delta A'B'C'$ o citim „triunghiul *ABC* este congruent cu triunghiul $A'B'C'^{U}$ şi înțelegem prin aceasta *şase* congruențe, care au loc în acelaşi timp, şi anume:

[AB] ≡ [A’B’], [AC] ≡[A’C’], [BC] ≡ [B’C’], ∢A≡ ∢A’, ∢B≡ ∢B’, ∢C≡ ∢C’

Pentru a scrie cele şase congruențe se ține seama că:

1) Laturile şi unghiurile celor două triunghiuri *se corespund* în ordinea dată (scrisă) de congruența celor două triunghiuri. Ele se mai numesc şi elemente (laturi sau unghiuri) *omoloage*[1].

2) Laturile şi unghiurile celor două triunghiuri congruente, care corespund (omoloage), sunt congruente.



În triunghiurile congruente *ABC* şi *A'B'C'*, laturile omoloage: (care corespund) ce sunt congruente sunt: [AB] ≡ [A’B’], [AC] ≡[A’C’], [BC] ≡ [B’C’], iar unghiurile omoloage (care corespund) ce sunt congruente sunt: ∢A≡ ∢A’, ∢B≡ ∢B’, ∢C≡ ∢C’

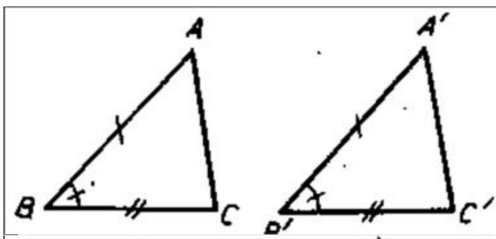
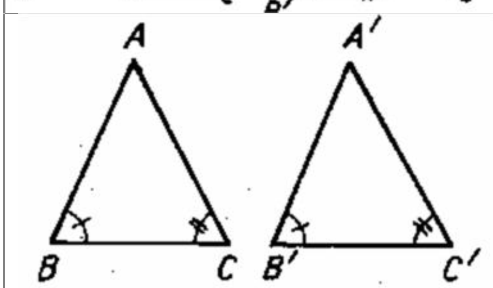
În triunghiurile congruente *MNP* şi *QRS,* laturile omoloage, care sunt congruente, sunt:

[MN] ≡ [QR’], [NP] ≡[RS], [MP] ≡ [QS],

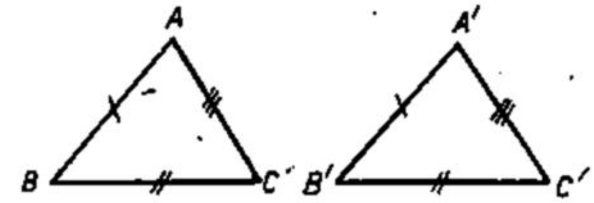
iar unghiurile omoloage, care sunt congruente, sunt:

∢M≡ ∢Q, ∢N≡ ∢R, ∢P≡ ∢S.

Să observăm că din relația : $\Delta ABC \equiv \Delta A'B'C'$ nu rezultă că : $\Delta ABC \equiv \Delta A'C'B'$, dar rezultă că $\Delta ACB \equiv \Delta A'C'B'$. Mai există 4 astfel de relații.

<table>
<tr><td>
</td><td>Latura Unghi Latură</td></tr>
<tr><td>
</td><td>Unghi Latură Unghi</td></tr>
</table>

Latură
Latură
Latură



1. în „perechile” de triunghiuri din figura 1 sunt marcate elementele congruente (pentru a simplifica notația, triunghiurile „dintr-o pereche” au fost notate: pentru prima pereche: T1 şi T’1 pentru a doua pereche: T2 şi T'2 etc). Stabiliți care triunghiuri sînt congruente şi indicați cazul de congruență în care se incadrează.

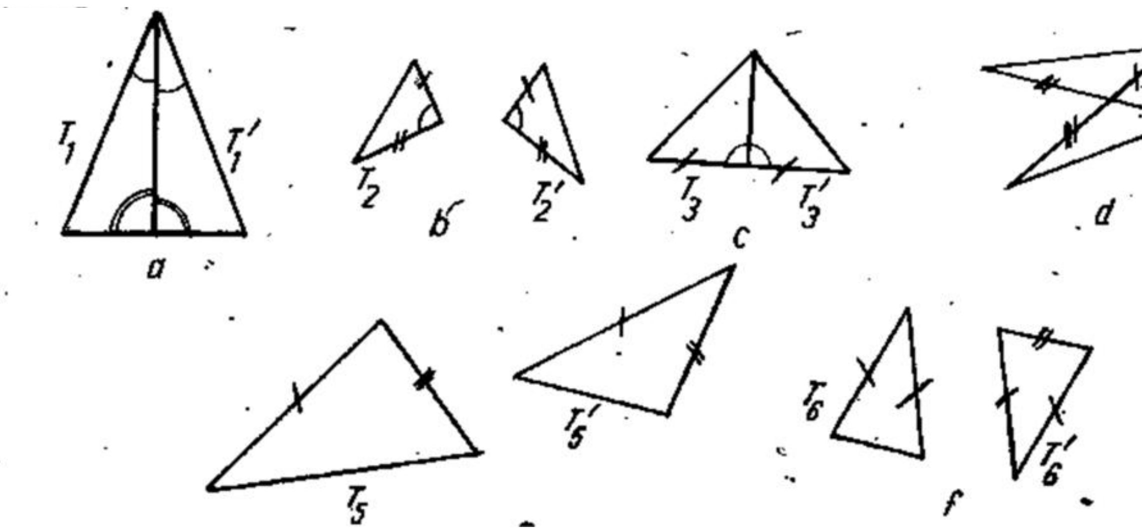


Fig. 1

2. In figura 2, triunghiurile din fiecare pereche au câte două elemente corespondente, care sunt respectiv congruente, conform semnelor de pe figură. Precizați informația suplimentară necesară pentru a se putea aplica cazul de congruență specificat în.fiecare din situațiile ce urmează:

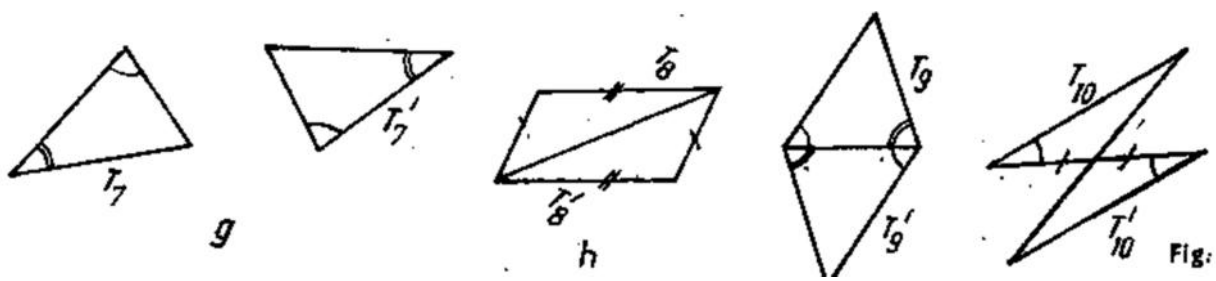


Fig:

3. În triunghiurile din figura 3 sunt marcate elementele congruente. Scrieți care triunghiuri sunt congruente (specificînd cazul de congruență) şi care sînt „toate“ elementele congruente.